

# 地盤応力からみた群杭の水平抵抗

西田 義親\* 北 哲郎\*\* 八木 則男\*

## Lateral Resistance of Group Piles

—from the condition of ground stress—

by

Yoshichika NISHIDA, Tetsuro KITA and Norio YAGI

### Abstract

The analysis developed by the authors on a single pile is extended to the case of the group piles in the clay ground. The lateral resistance of piles in elastic limit, the group efficiency, the load distribution on each pile and the deformation of pile head are studied.

According to the theoretical studies, the following results are obtained.

- (1) The stresses in the soil within the group pile foundations is lower than those in the soil outside the foundations.
- (2) The modulus of subgrade reaction of each pile in the group is a function of the position, the space, the numbers of piles and is smaller than that of a single pile for the same soil.
- (3) The group efficiency of the line piles becomes to 100% if the pile space is greater than 6~8 times the pile diameter, while the group efficiency of a square group pile gets no further than 80~90% even if its pile space is approaching to 20 times the pile diameter.

## 1 緒 言

群杭の水平抵抗解析には、群杭を一種のラーメン構造または組杭と考えて計算する方法によるもの<sup>1)2)</sup>やフーチングによる杭頭固定度を考慮に入れて構造力学的手法で行なわせるもの<sup>3)4)</sup>があるが、小数の実験例<sup>5)</sup>を除き地盤の挙動に関する考察がなされていない。そこで、この点を考えてすでに著者らが行った単杭の解析結果<sup>6)</sup>を群杭に適用し、粘土地盤を対象に地盤が弾性的挙動を示す限界の群杭支持力、単杭との比較による群杭の効率、群杭中の各杭の荷重分担率及び杭頭変位などの諸特性を理論的に検討した。

## 2 群杭による地盤内応力

図一 1 (a), (b)に示すように、突出長のない杭頭自由の杭が荷重方向に  $m$  本、荷重方向と直角に  $l$

\*土木工学科 \*\*旧大学院学生 (現藤田工業)

本, 合計  $ml$  本打ち込まれており, 杭間隔  $d$  は等間隔の群杭があるとする。この時の深さ  $z$  における地盤内応力を求める。まず図-1(b)に示すように任意の杭 ( $i, j$ ) を選んでこの杭を基準杭 ( $\bar{0}, \bar{0}$ ) として, 他の杭 ( $\bar{h}, \bar{k}$ ) の位置を与える。同様にして杭 ( $\bar{h}, \bar{k}$ ) を基準杭 ( $\bar{0}, \bar{0}$ ) として他の杭

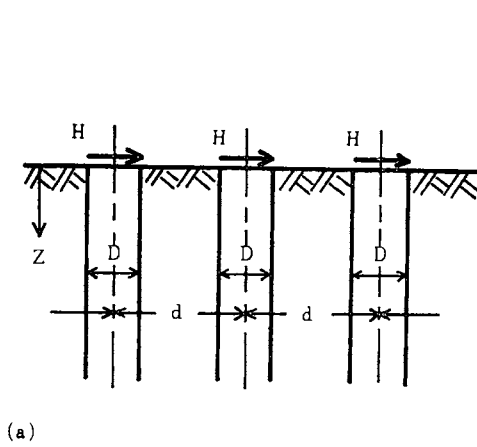


図-1 (a)

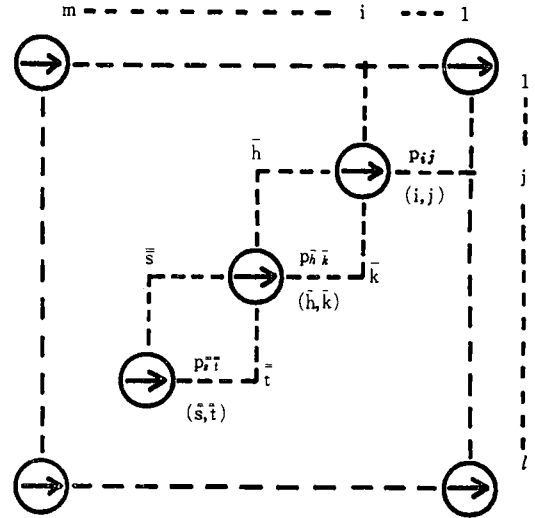


図-1 (b)

( $\bar{s}, \bar{t}$ ) の位置を決めてやる。このようにすると, 1つの杭を3通りに表わすことができる。いま基準杭として杭 ( $i, j$ ) すなわち ( $\bar{0}, \bar{0}$ ) 杭をとると, 基準杭に作用する地盤反力  $p_{ij} = p_{00}$  によって地盤に生じる応力は, 単杭について著者らが得た結果<sup>9)</sup>より, 粘土地盤のポアソン比を0.5として次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{r00} &= \frac{p_{00} \cos \theta_{00}}{8\pi r_{00}} \left( 7 - \frac{3a^2}{r_{00}^2} \right) \\ \Delta \sigma_{\theta 00} &= \frac{p_{00} \cos \theta_{00}}{8\pi r_{00}} \left( \frac{3a^2}{r_{00}^2} - 1 \right) \\ \Delta \tau_{r\theta 00} &= \frac{p_{00} \sin \theta_{00}}{8\pi r_{00}} \left( \frac{3a^2}{r_{00}^2} + 1 \right) \end{aligned} \quad (1)$$

ただし,  $\theta$  は ( $\bar{0}, \bar{0}$ ) 杭の中心を基準に, 荷重方向から反時計廻りにとるものとする (図-1(c), (d) 参照)。また  $a$  は杭の半径であり  $a = D/2$  である。

次に図-1(b)で杭 ( $\bar{h}, \bar{k}$ ) が地盤に及ぼす反力  $p_{hk}$  によって, 地盤に生じる応力の増分は, 図-1(c), (d)を参照して, 次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{r\bar{h}\bar{k}} &= \sigma_{r\bar{h}\bar{k}} \cos^2(\theta_{00} - \theta_{\bar{h}\bar{k}}) + \sigma_{\theta\bar{h}\bar{k}} \sin^2(\theta_{00} - \theta_{\bar{h}\bar{k}}) - 2\tau_{r\theta\bar{h}\bar{k}} \sin(\theta_{00} - \theta_{\bar{h}\bar{k}}) \cos(\theta_{00} - \theta_{\bar{h}\bar{k}}) \\ \Delta \sigma_{\theta\bar{h}\bar{k}} &= \sigma_{r\bar{h}\bar{k}} \sin^2(\theta_{00} - \theta_{\bar{h}\bar{k}}) + \sigma_{\theta\bar{h}\bar{k}} \cos^2(\theta_{00} - \theta_{\bar{h}\bar{k}}) + 2\tau_{r\theta\bar{h}\bar{k}} \sin(\theta_{00} - \theta_{\bar{h}\bar{k}}) \cos(\theta_{00} - \theta_{\bar{h}\bar{k}}) \\ \Delta \tau_{r\theta\bar{h}\bar{k}} &= (\sigma_{r\bar{h}\bar{k}} - \sigma_{\theta\bar{h}\bar{k}}) \sin(\theta_{00} - \theta_{\bar{h}\bar{k}}) \cos(\theta_{00} - \theta_{\bar{h}\bar{k}}) + \tau_{r\theta\bar{h}\bar{k}} \cos^2(\theta_{00} - \theta_{\bar{h}\bar{k}}) - \tau_{r\theta\bar{h}\bar{k}} \sin^2(\theta_{00} - \theta_{\bar{h}\bar{k}}) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{ただし, } \sigma_{r\bar{h}\bar{k}} = \frac{p_{\bar{h}\bar{k}} \cos \theta_{\bar{h}\bar{k}}}{8\pi r_{\bar{h}\bar{k}}} \left( 7 - \frac{3a^2}{r_{\bar{h}\bar{k}}^2} \right), \quad \sigma_{\theta\bar{h}\bar{k}} = \frac{p_{\bar{h}\bar{k}} \cos \theta_{\bar{h}\bar{k}}}{8\pi r_{\bar{h}\bar{k}}} \left( \frac{3a^2}{r_{\bar{h}\bar{k}}^2} - 1 \right),$$

$$\tau_{r\theta\bar{h}\bar{k}} = \frac{p_{\bar{h}\bar{k}} \sin \theta_{\bar{h}\bar{k}}}{8\pi r_{\bar{h}\bar{k}}} \left( \frac{3a^2}{r_{\bar{h}\bar{k}}^2} + 1 \right) \quad (3)$$

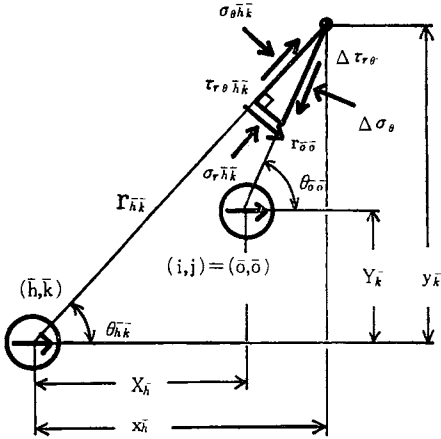


図-1(c)

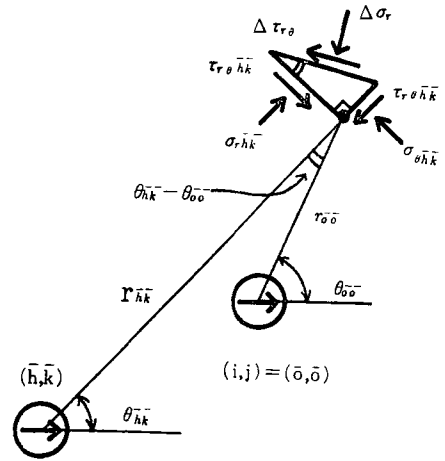


図-1(d)

図中の  $X_{\bar{h}}$ ,  $Y_{\bar{k}}$ ,  $x_{\bar{h}}$ ,  $y_{\bar{k}}$ ,  $r_{\bar{h}\bar{k}}$ ,  $\theta_{\bar{h}\bar{k}}$ ,  $r_{00}$ ,  $\theta_{00}$  の間には,  $n=d/D$  とすると, 次式の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} x_{\bar{h}} &= X_{\bar{h}} + r_{00} \cos \theta_{00} = 2na\bar{h} + r_{00} \cos \theta_{00} \\ y_{\bar{k}} &= Y_{\bar{k}} + r_{00} \sin \theta_{00} = 2na\bar{k} + r_{00} \sin \theta_{00} \end{aligned} \quad (4)$$

$$x_{\bar{h}} = r_{\bar{h}\bar{k}} \cos \theta_{\bar{h}\bar{k}}, \quad y_{\bar{k}} = r_{\bar{h}\bar{k}} \sin \theta_{\bar{h}\bar{k}}, \quad r_{\bar{h}\bar{k}}^2 = x_{\bar{h}}^2 + y_{\bar{k}}^2 \quad (5)$$

これらの関係を(2)式に代入すれば

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{r\bar{h}\bar{k}} &= p_{\bar{h}\bar{k}} C (x_{\bar{h}} a_1 b_1^2 + x_{\bar{h}} a_2 b_2^2 - 2y_{\bar{k}} a_3 b_1 b_2) \\ \Delta \sigma_{\theta\bar{h}\bar{k}} &= p_{\bar{h}\bar{k}} C (x_{\bar{h}} a_1 b_2^2 + x_{\bar{h}} a_2 b_1^2 + 2y_{\bar{k}} a_3 b_1 b_2) \\ \Delta \tau_{r\theta\bar{h}\bar{k}} &= p_{\bar{h}\bar{k}} C [x_{\bar{h}} (a_1 - a_2) b_1 b_2 + y_{\bar{k}} a_3 (b_1^2 - b_2^2)] \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{ただし } a_1 = 7 - \frac{3a^2}{x_{\bar{h}}^2 + y_{\bar{k}}^2}, \quad a_2 = \frac{3a^2}{x_{\bar{h}}^2 + y_{\bar{k}}^2} - 1, \quad a_3 = 1 + \frac{3a^2}{x_{\bar{h}}^2 + y_{\bar{k}}^2} \quad (7)$$

$$b_1 = x_{\bar{h}} \cos \theta_{00} + y_{\bar{k}} \sin \theta_{00}, \quad b_2 = x_{\bar{h}} \cos \theta_{00} - y_{\bar{k}} \sin \theta_{00}, \quad C = \frac{1}{8\pi (x_{\bar{h}}^2 + y_{\bar{k}}^2)^2}$$

従って地盤内のある一点の応力は, すべての杭により生じる応力の重ね合わせになると仮定すると, 群杭により生じる地盤応力は静止土圧とともに次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_{r,ij} &= \sum_{(0,0)}^{(i,\bar{m})} \Delta \sigma_{r\bar{h}\bar{k}} + K_o r z \\ \sigma_{\theta,ij} &= \sum_{(0,0)}^{(i,\bar{m})} \Delta \sigma_{\theta\bar{h}\bar{k}} + K_o r z \\ \tau_{r\theta,ij} &= \sum_{(0,0)}^{(i,\bar{m})} \Delta \tau_{r\theta\bar{h}\bar{k}} \end{aligned} \quad (8)$$

ここに  $\sigma_{rij}$ ,  $\sigma_{gij}$ ,  $\tau_{r\theta ij}$  のサフィックス  $i, j$  は、座標の基準となる杭を意味している。また  $\sum_{(i, \bar{m}) \atop (0, \bar{0})}^{(i, \bar{m})}$  は杭  $(\bar{0}, \bar{0})$  を基準にした時の群杭すべてに関する総和を意味する。かくして(8)式より、群杭により生じる地盤応力は杭本数、杭間隔、各杭に作用している地盤反力によって表わされる。

### 3. 各杭の $K$ 値

著者らが先に行なった単杭の解析<sup>6)</sup>では、地盤の  $r$  方向及び  $\theta$  方向の変位  $u, v$  は次式<sup>7)</sup>で与えられるとした。

$$\begin{aligned} u &= -\frac{p(3-\nu)}{8\pi G} \cos\theta \log \frac{r}{a} + \frac{p(1+\nu)}{8\pi G} \cos\theta + \frac{\alpha_3 p a^2 \cos\theta}{4Gr^2} \\ v &= \frac{p(3-\nu)}{8\pi G} \sin\theta \log \frac{r}{a} + \frac{\alpha_3 p a^2 \sin\theta}{4Gr^2} \quad \text{ただし} \quad \alpha_3 = -\frac{1+\nu}{4\pi} \end{aligned} \quad (9)$$

しかし、上式は杭と地盤との境界での条件は満足するが、 $r \rightarrow \infty$  で  $u=v=0$  の条件を満足出来ない。大規模な群杭の場合、ある杭から他の杭までの距離はかなり大きいと考えられるから、(9)式を用いて、2節で述べたような応力の重ね合わせのようにして群杭地盤の変位を求めるには問題がある。そこで本節では、(9)式から類推して次の条件

$$\begin{aligned} r=a \text{ で } u &= u_a, \quad v = v_a \\ r=\infty \text{ で } u &= v = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

を満足する変位成分  $u, v$  を次式で仮定する。

$$\begin{aligned} u &= \frac{p(1+\nu)^2}{8\pi E} \frac{a^2}{r^2} \cos\theta \\ v &= \frac{p(1+\nu)^2}{8\pi E} \frac{a^2}{r^2} \sin\theta \end{aligned} \quad (11)$$

(11)式の仮定は厳密な意味を持たないにせよ、以下に展開する群杭の挙動特性を論じる上では十分合理的であると考ええる。次に(11)式を用いて群杭中の各杭の地盤反力と水平変位の関係を求めてみる。

2節と同様に図-1(b), (c), (d)を参照し、杭  $(i, j)$  を基準杭にとった時、杭  $(\bar{h}, \bar{k})$  による杭  $(i, j)$  の水平変位増分を  $\Delta y_{\bar{h}\bar{k}}$  とすると、単杭の場合の計算法<sup>6)</sup>と同様にして

$$\Delta y_{\bar{h}\bar{k}} = u_{\bar{h}\bar{k}} \cos\theta_{\bar{h}\bar{k}} - v_{\bar{h}\bar{k}} \sin\theta_{\bar{h}\bar{k}} = \frac{(1+\nu)^2}{8\pi E} p_{\bar{h}\bar{k}} \cdot \frac{a^2}{r_{\bar{h}\bar{k}}^2} \quad (12)$$

$$\text{また} \quad r_{\bar{h}\bar{k}}^2 = \{(2n\bar{h}+1)^2 + (2n\bar{k})^2\} a^2 \quad (13)$$

であるから(13)式を(12)式に代入すると

$$\Delta y_{\bar{h}\bar{k}} = \frac{(1+\nu)^2}{8\pi E} \cdot \frac{p_{\bar{h}\bar{k}}}{(2n\bar{h}+1)^2 + (2n\bar{k})^2} \quad (14)$$

従って、杭  $(i, j)$  の水平変位はすべての杭による杭  $(i, j)$  の水平変位増分の総和で与えられると考えて、

$$y_{ij} = \frac{(1+\nu)^2}{8\pi E} \sum_{(\bar{h}, \bar{k})=(0,0)}^{(i, \bar{m})} \frac{p_{\bar{h}\bar{k}}}{(2n\bar{h}+1)^2 + (2n\bar{k})^2} \quad (15)$$

$p_{00} = p_{ij}$  に注意すると(15)式より

$$p_{ij} = \frac{8\pi E}{(1+\nu)^2} y_{ij} - \sum_{(\bar{h}, \bar{k})}^{(i, \bar{m})} \frac{p_{\bar{h}\bar{k}}}{(2n\bar{h}+1)^2 + (2n\bar{k})^2} \quad (16)$$

ただし、 $\sum_{(\bar{h}, \bar{k})}^{(i, m)}$  は  $(\bar{h}, \bar{k}) = (\bar{0}, \bar{0})$  に関するものだけを除いて総和をとるという意味である。(16)式は杭  $(i, j)$  に関する地盤反力と杭水平変位の関係を表わす式であるが、この式中には他の杭の地盤反力や位置の影響が入って来るため、解析困難である。そこで、問題を簡略化するため(16)式のような地盤反力—水平変位の関係式においてだけ近似的に  $p_{00} = p_{01} = \dots = p_{n\bar{k}} = \dots$  と仮定すると(16)式は次のようになる。

$$p_{ij} = \left( \frac{8\pi E}{(1+\nu)^2} \cdot \frac{1}{\sum_{(\bar{0}, \bar{0})}^{(i, m)} \frac{1}{(2n\bar{h}+1)^2 + (2n\bar{k})^2}} \right) y_{ij} = K_{ij} \cdot y_{ij} \quad (17)$$

ここに、 $K_{ij}$  は群杭中の杭  $(i, j)$  の地盤反力係数である。これは単杭に関する地盤反力係数  $K = \frac{8\pi E}{(1+\nu)^2}$  を用いて

$$K_{ij} = K \cdot \frac{1}{\sum_{(\bar{0}, \bar{0})}^{(i, m)} \frac{1}{(2n\bar{h}+1)^2 + (2n\bar{k})^2}} \quad (18)$$

となり、群杭中の任意の杭の地盤反力係数は、単杭の地盤反力係数、群杭の杭間隔  $n$  及び群杭中に占めるその杭の位置の関数として与えられる。

#### 4. 群杭の支持力・効率

2節で求めた群杭地盤内応力及び3節で求めた地盤反力係数  $K_{ij}$  を用いて群杭の弾性支持力及び群杭の効率を求めてみる。ここに群杭の弾性支持力とは、群杭地盤内の一点が塑性状態に至る時の群杭の支持力と定義する。

さて図—1(a), (b)のように突出長のない杭頭自由な群杭  $ml$  本が等間隔に配置され、各杭に等しい杭頭荷重  $H$  が作用する場合、任意の杭  $(\bar{h}, \bar{k})$  の挙動は弾性方程式

$$E_p I \frac{d^4 y_{\bar{h}\bar{k}}}{dz^4} + p_{\bar{h}\bar{k}} = 0 \quad (19)$$

を解いて求められる。

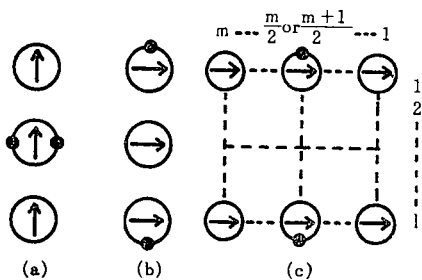
さて、弾性支持力の定義から、群杭地盤中一番最初に破壊の生じる点を知る必要がある。単杭に関する結果によれば、最初に破壊するのは地表面であり、かつ最大せん断応力を生じる部分である。

例えば図—2(a)のような杭配列では、黒丸で示すように中央杭の両サイドが最初に降伏し、(b)のような配列では、両端の杭の外側が最初に降伏することが推察される。従って(c)図のような群杭では、 $m$  が偶数の時は  $\frac{m}{2}$ 、奇数の時は  $\frac{m+1}{2}$  番目の外側の杭近く(黒丸で示す)に最初破壊点が現われるはずであるから、この杭を座標の基準となる杭  $(i, j) = (\bar{0}, \bar{0})$  にとれば、地表面における各杭の杭頭変位  $\delta_{\bar{h}\bar{k}}$  及び地盤反力  $p_{\bar{h}\bar{k}}$  は、図—1(b)を参照し、(19)式を解いて

$$\delta_{\bar{h}\bar{k}} = \frac{2H\beta_{\bar{h}\bar{k}}}{K_{\bar{h}\bar{k}}} \quad (20)$$

$$p_{\bar{h}\bar{k}} = K_{\bar{h}\bar{k}} \delta_{\bar{h}\bar{k}} = 2H\beta_0 \cdot \left( \frac{1}{\sum_{(\bar{0}, \bar{0})}^{(i, m)} \frac{1}{(2n\bar{s}+1)^2 + (2n\bar{t})^2}} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (21)$$

ただし  $\beta_0 = \sqrt[4]{\frac{K}{4E_p I}}$  である(文献(6)参照)。



図—2

いま杭  $(\bar{0}, \bar{0})$  を基準に  $r=a$ ,  $\theta=\frac{\pi}{2}$  の土が降伏する (図-2) のだから, (8)式に

$$x_{\bar{k}}=2n\bar{h}a, \quad y_{\bar{k}}=(2n\bar{k}+1)a$$

を代入した結果

$$\begin{aligned} \sigma_r - \sigma_\theta &= \frac{1}{4\pi a} \sum_{(\bar{0}, \bar{0})}^{(l, \bar{m})} p_{\bar{k}\bar{k}} \cdot \sigma_{\bar{k}\bar{k}} \\ \tau_{r\theta} &= \frac{1}{4\pi a} \sum_{(\bar{0}, \bar{0})}^{(l, \bar{m})} p_{\bar{k}\bar{k}} \cdot \tau_{\bar{k}\bar{k}} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし } \sigma_{\bar{k}\bar{k}} &= \frac{n\bar{h}}{[(2n\bar{h})^2 + (2n\bar{k}+1)^2]^2} \left[ -32n^2\bar{h}^2 + 4(2n\bar{k}+1)^2 + \frac{24n^2\bar{h}^2 - 18(2n\bar{k}+1)^2}{4n^2\bar{h}^2 + (2n\bar{k}+1)^2} \right] \\ \tau_{\bar{k}\bar{k}} &= \frac{2n\bar{k}+1}{[(2n\bar{h})^2 + (2n\bar{k}+1)^2]^2} \left[ 28n^2\bar{h}^2 + (2n\bar{k}+1)^2 + \frac{3(2n\bar{k}+1) - 36n^2\bar{h}^2}{4n^2\bar{h}^2 + (2n\bar{k}+1)^2} \right] \end{aligned}$$

となる。上式に(21)式の  $p_{\bar{k}\bar{k}}$  を代入し, 粘土地盤の非排水強度を  $C_u$  として, 土の破壊基準

$$(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + 4\tau_{r\theta}^2 = 4C_u^2 \quad (23)$$

に代入すると

$$\begin{aligned} \frac{H^2\beta_0^2}{4\pi^2a^2} \left[ \sum_{(\bar{0}, \bar{0})}^{(l, \bar{m})} \left\{ \sigma_{\bar{k}\bar{k}} \cdot \left( \sum_{(\bar{0}, \bar{0})}^{(l, \bar{m})} \frac{1}{(2n\bar{s}+1)^2 + (2n\bar{t})^2} \right)^{-\frac{1}{4}} \right\}^2 + \frac{4H^2\beta_0^2}{\pi^2a^2} \right. \\ \left. \times \left[ \sum_{(\bar{0}, \bar{0})}^{(l, \bar{m})} \left\{ \tau_{\bar{k}\bar{k}} \cdot \left( \sum_{(\bar{0}, \bar{0})}^{(l, \bar{m})} \frac{1}{(2n\bar{s}+1)^2 + (2n\bar{t})^2} \right)^{-\frac{1}{4}} \right\}^2 \right] \right] = 4C_u^2 \quad (24) \end{aligned}$$

(24)式中の  $H$  は, 地盤の一点が破壊する時の杭頭荷重を与えるものであるから, これを  $H_{eo}$  とすると

$$\begin{aligned} H_{eo} = \frac{4\pi C_u a}{\beta_0} / \sqrt{\left[ \sum_{(\bar{0}, \bar{0})}^{(l, \bar{m})} \left\{ \sigma_{\bar{k}\bar{k}} \cdot \left( \sum_{(\bar{0}, \bar{0})}^{(l, \bar{m})} \frac{1}{(2n\bar{s}+1)^2 + (2n\bar{t})^2} \right)^{-\frac{1}{4}} \right\}^2 + \right.} \\ \left. \left[ \sum_{(\bar{0}, \bar{0})}^{(l, \bar{m})} \left\{ \tau_{\bar{k}\bar{k}} \cdot \left( \sum_{(\bar{0}, \bar{0})}^{(l, \bar{m})} \frac{1}{(2n\bar{s}+1)^2 + (2n\bar{t})^2} \right)^{-\frac{1}{4}} \right\}^2 \right] \right]} \quad (25) \end{aligned}$$

上式で  $\sigma_{\bar{k}\bar{k}}$  は  $\tau_{\bar{k}\bar{k}}$  に比べてほとんど無視できる程小さいので, 上式は近似的に

$$H_{eo} \approx \frac{4\pi C_u a}{\beta_0} / \sum_{(\bar{0}, \bar{0})}^{(l, \bar{m})} \left\{ \tau_{\bar{k}\bar{k}} \left( \sum_{(\bar{0}, \bar{0})}^{(l, \bar{m})} \frac{1}{(2n\bar{s}+1)^2 + (2n\bar{t})^2} \right)^{-\frac{1}{4}} \right\} \quad (26)$$

従って, 群杭の弾性支持力  $H_{Go}$  は次式で与えられる。

$$H_{Go} = ml \cdot H_{eo} \quad (27)$$

また, 単杭の場合弾性支持力は  $H_e = \frac{\pi C_u a}{\beta_0}$  で与えられる (文献(6) 参照) から, 群杭の効率を次式

$$\text{群杭の効率 } e = \frac{\text{群杭の支持力}}{\text{単杭の支持力} \times \text{群杭本数}} \times 100 \quad (28)$$

$$\text{で定義すれば } e = 400 / \sum_{(\bar{0}, \bar{0})}^{(l, \bar{m})} \left\{ \tau_{\bar{k}\bar{k}} \left( \sum_{(\bar{0}, \bar{0})}^{(l, \bar{m})} \frac{1}{(2n\bar{s}+1)^2 + (2n\bar{t})^2} \right)^{-\frac{1}{4}} \right\} \quad (29)$$

となり, 群杭の効率は杭本数, 杭間隔の関数として得られる。更にこの時の群杭中の各杭の杭頭変位  $\delta_{\bar{k}\bar{k}eo}$  は(20)式から

$$\delta_{\bar{k}\bar{k}eo} = 2H_{eo} \frac{\beta_{\bar{k}\bar{k}}}{K_{\bar{k}\bar{k}}} \quad (30)$$

また単杭の杭頭変位  $\delta_e$  は (文献(6) 参照)

$$\delta_e = 2H_e \frac{\beta_0}{K} \quad (31)$$

であるから, 単杭, 群杭ともにそれらが弾性支持力を示す時の杭頭変位の比を 100 分率で表わしたものの  $e_\delta$  は, 効率  $e$  を用いて次のようになる。

$$e_j = \frac{\delta_{hEeo}}{\delta_e} \times 100 = e \left( \sum_{(b,\bar{b})}^{(l,\bar{m})} \frac{1}{(2n\bar{s}+1)^2 + (2n\bar{t})^2} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (32)$$

## 5. 荷重分担率

一般に構造物基礎に用いられる群杭の杭頭はフーチングなどで剛結されており、前節のように各杭に等しい杭頭荷重を加えた場合と違って、各杭の杭頭変位は同一である。そこで、各杭の杭頭変位を同一にした時、群杭中の各杭の荷重分担率がどのようになるかを調べてみる。ただし、この場合も杭は杭頭自由であるから、実際の杭基礎における杭頭固定条件と条件が異なるが、荷重分担率特性を知る上で参考になると思われる。

いま、小さな変位を対象とし、地盤に塑性域が生じない程度の範囲で単杭に与えたと同じ杭頭変位をすべての杭に与えた時、群杭の全水平抵抗と荷重分担率は次のようにして求められる。

単杭に  $H_o$  の杭頭荷重が作用する時の杭頭変位、および群杭中のある杭  $(\bar{h}, \bar{k})$  に  $H_{h\bar{k}}$  の荷重が作用した時、それぞれの杭頭変位値を  $\delta_o$ ,  $\delta_{h\bar{k}}$  とすると

$$\delta_o = \frac{2H_o\beta_o}{K}, \quad \delta_{h\bar{k}} = \frac{2H_{h\bar{k}}\beta_{h\bar{k}}}{K_{h\bar{k}}} \quad (33)$$

となり、題意により  $\delta_o = \delta_{h\bar{k}}$  とすると

$$H_{h\bar{k}} = \left( \sum_{(b,\bar{b})}^{(l,\bar{m})} \frac{1}{(2n\bar{s}+1)^2 + (2n\bar{t})^2} \right)^{-\frac{3}{2}} \cdot H_o \quad (34)$$

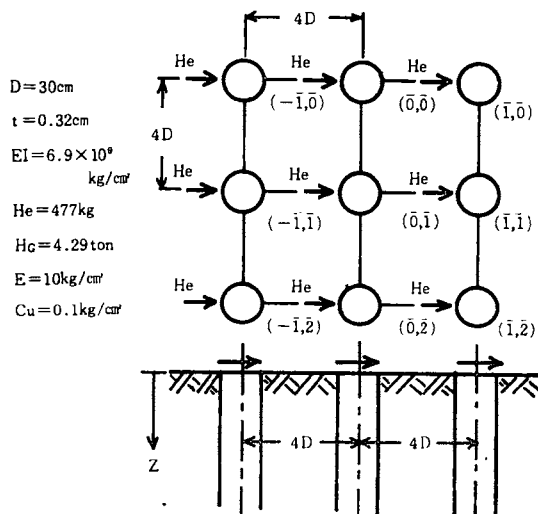
従って群杭の全水平抵抗  $H_G$  は

$$H_G = \sum_{(b,\bar{b})}^{(l,\bar{m})} H_{h\bar{k}} = +H_o \sum_{(b,\bar{b})}^{(l,\bar{m})} \left( \sum_{(b,\bar{b})}^{(l,\bar{m})} \frac{1}{(2n\bar{s}+1)^2 + (2n\bar{t})^2} \right)^{-\frac{3}{2}} \quad (35)$$

従って群杭中の各杭の水平抵抗分担率  $q_{h\bar{k}}$  は次式で表わされる。

$$q_{h\bar{k}} = \frac{H_{h\bar{k}}}{H_G} \quad (36)$$

## 6. 計算例及び考察



図—3

例としては、杭径  $D=30$  cm, 肉厚 3.2 mm, 曲げ剛性  $E_p I=6.9 \times 10^8$  kg $\cdot$ cm<sup>2</sup> の鋼管杭が非排水強度  $C_u=0.1$  kg/cm<sup>2</sup>, 弾性係数  $E=10$  kg/cm<sup>2</sup>, ポアッソン比  $\nu=0.5$ , 単位体積重量  $\gamma=1.8$  ton/m<sup>3</sup>, 静止土圧係数  $K_0=0.6$  の粘土地盤に打ち込まれている場合について計算を進める。

### 6.1 地盤応力

群杭基礎の地盤に生じる応力を調べるため、図-3に示すように9本の杭が等間隔  $d=4D$  に格子状配列されている場合を例にとれば、4節から群杭の弾性支持力を求める時の基準となる杭( $\bar{0}$ ,  $\bar{0}$ )は図に示すようになる。従って(26)式より  $H_{e0}=477.4$  kg が得られるから、各杭に  $H_{e0}$  が作用した時

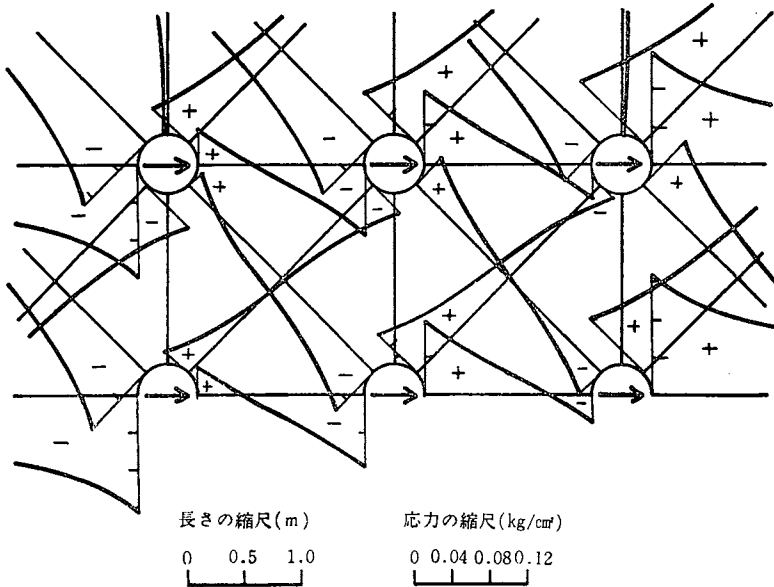


図-4(a)  $\sigma_r$ 分布図 ( $z=0$ )

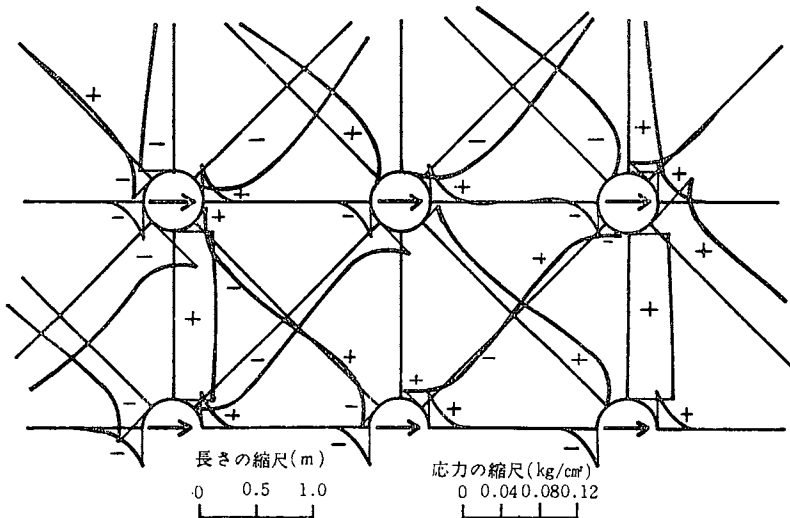
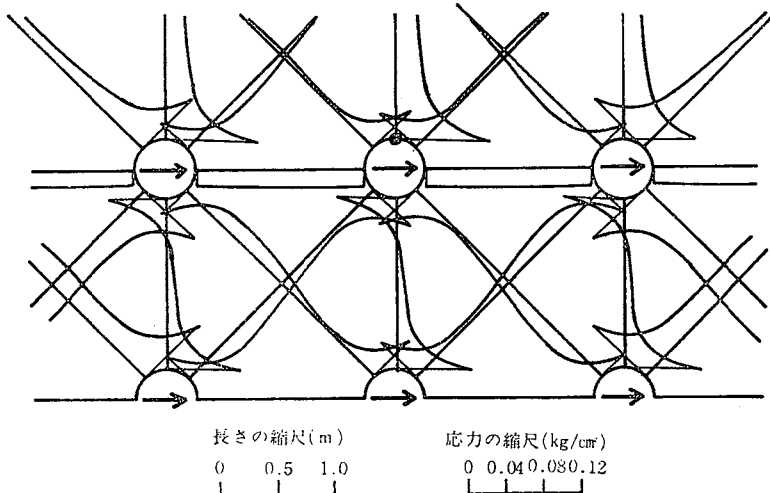


図-4(b)  $\sigma_\theta$ 分布図 ( $z=0$ )

の各杭の深さ方向への地盤反力分布は(17)式と(19)式から求まる。こうして得られた地盤反力を(8)式に代入すれば地盤内応力が得られる。図-4(a), (b), (c)は、地表面における  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\tau_{r\theta}$  の応力分布に



図-4  $\tau_{r\theta}$  分布図 ( $z=0$ )

ついて示したものである。(a) 図からみて  $\sigma_r$  は荷重方向に向って最前列の中央にある杭の前面で最大を示し、これは単杭の場合の応力の 1.5 倍位である。後方の杭に至る程杭前面の応力  $\sigma_r$  は小さくなる。また杭背面では  $\sigma_r$  に引張応力を生じており、もっとも後方にある杭の背面では最大引張応力  $\sigma_r = -0.12 \text{ kg/cm}^2$  となっているが、粘土の非排水強度  $C_u = 0.1 \text{ kg/cm}^2$  であるから、この場合地盤には引張応力による破壊は生じないと解釈してよい。ここでは紙面の都合上、地表面における応力しか示していないため  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$  には引張応力は生じなくなる。(b) 図に示す  $\sigma_\theta$  は杭前面及び後面付近でのみそれぞれ圧縮、引張応力を生じるが、その中間ではほとんどゼロである。また  $\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$  上での  $\sigma_\theta$  は、群杭の外側で大きな値となることがわかる。 $\tau_{r\theta}$  については(c) 図より、一般に杭付近で応力集中を起している。特に(c) 図中黒丸で示した点は(3)式の破壊条件を満たしており、 $\tau_{r\theta} = 0.1 \text{ kg/cm}^2 = C_u$  となっているが、その他の地盤のいかなる点も弾性状態にある。一般に地盤応力  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\tau_{r\theta}$  は、群杭に囲まれた内部地盤では群杭を取り巻く外部地盤に比べると、応力の重ね合わせの影響のため応力度は小さくなる。

## 6.2 群杭の効率

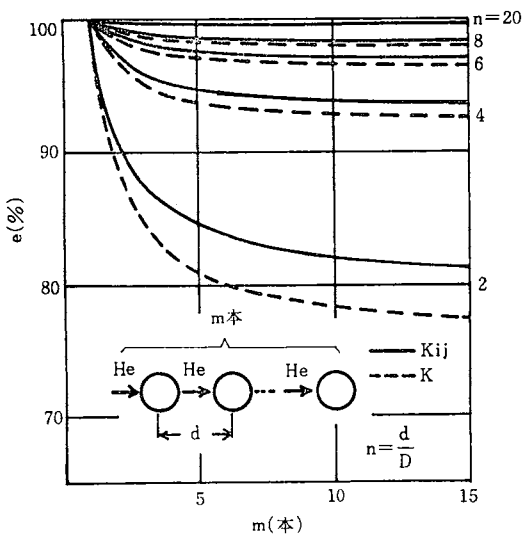


図-5(a) 群杭効率一本数

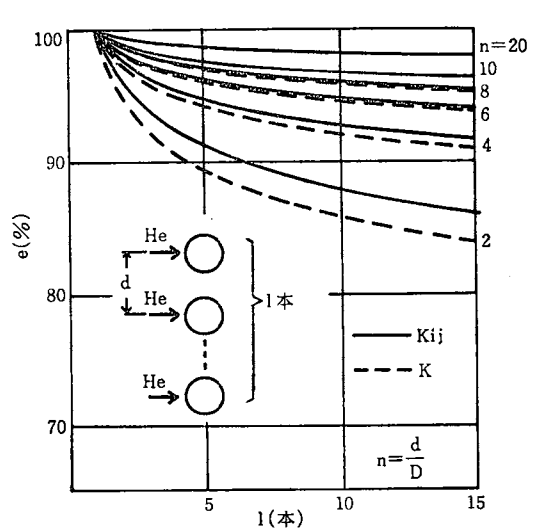


図-5(b) 群杭効率一本数

4 節の(29)式で求めた群杭の効率  $e$  についての計算結果例を図-5(a), (b), (c)に示す。図中、実線は(29)式から求めたもの、また点線は(29)式を導く過程で群杭中の各杭の地盤反力係数  $K_{ij}$  の代りに単杭の地盤反力係数  $K$  を用いた時の結果である。

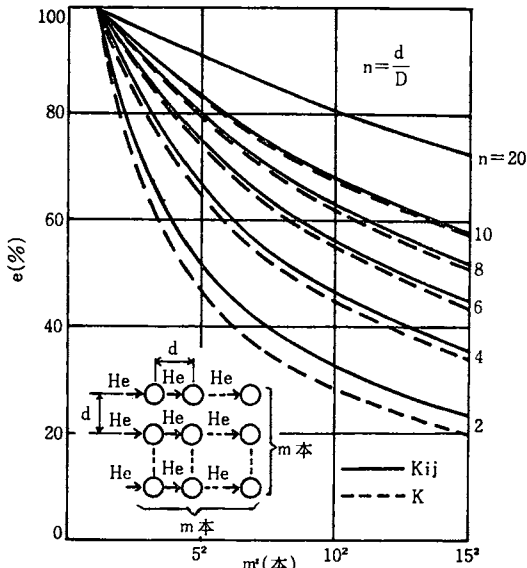


図-5(c) 群杭効率一本数

一般に  $K_{ij}$  の代りに  $K$  を用いると効率が減少する。その理由は、一般に  $K$  の方が  $K_{ij}$  より大きいので地盤反力が大となり、従って地盤応力も大となって、小さな杭頭荷重で地盤が降伏するからであると思われる。(a)図の荷重方向に  $m$  本配列した列杭 (A Group) では、杭本数が5本以上になると効率は一定値に収束してゆく。また杭間隔  $n=d/D$  が6~8以上になると効率は100%に近くなる。(b)図の荷重方向に直角に  $l$  本配列した列杭 (B Group) では、杭本数の増加とともに効率は徐々に減少して行く。また杭間隔  $n$  が10以上でおよそ効率が100%に近くなる。A Group と B Group を比較すると、杭間隔  $n$  が4以上では A Group の方が、また  $n$  が4以下では B Group の方が効率がよいと言える。次に(c)図のように格子

状に  $m \times m$  本の杭を配列した場合、A Group, B Group に比べ効率の低下には著しいものがある。例えば杭本数が  $15 \times 15 = 225$  本と非常に多い場合、 $n=2$  に対し効率は25%程度しかない。また杭間隔を20倍にしても効率は80%位までである。その他、任意の杭配列  $m \times l$  についても効率計算を行なったが、紙面の都合上省略し結論だけを述べると、一般に群杭の杭本数と杭間隔が同じならば、荷重に垂直方向の杭本数  $l$  を多くした方が高い効率が得られる。以上の群杭の効率に関する結果は、砂地盤について玉置ら<sup>8)</sup>が実験的に求めた結果とかなり一致する。

### 8.3 杭頭変位

各杭に同一の杭頭荷重が作用した時の各杭の杭頭変位を効率の形で表わした(32)式の結果を図-6(a), (b), (c)に示す。(a)図は A Group 群杭について示したもので、先頭杭の杭頭変位が最小であり、中間に位置する杭程杭頭変位は大である。そして杭間隔  $n$  が6~8以上になると各杭の杭頭変位はほぼ一樣になる。(b)図は B Group 群杭について示したもので、中央に位置する杭の杭頭変位が最大で、両端に近づく程杭頭変位は小さくなる。そして A Group と同様、杭間隔  $n$  が6~8以上ではほぼ各杭の杭頭変位は一樣になる。(c)図は格子状に配列した群杭の例であるが、A Group, B Group 群杭での杭頭変位の傾向を結合したような結果となる。そして、A, B Group と同様  $n$  が6~8以上で各杭の杭頭変位は一樣化する。

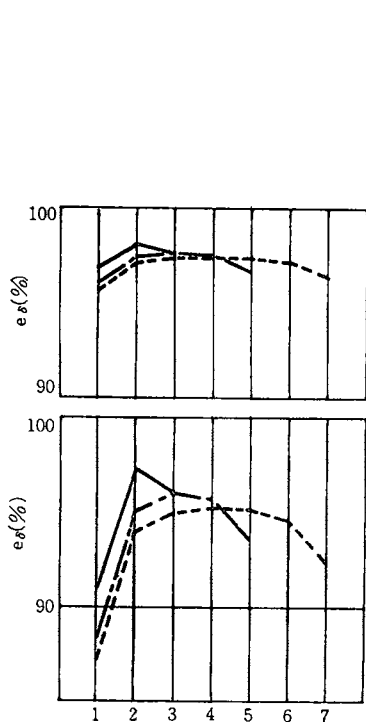


図-6(a) 杭位置一杭頭変位

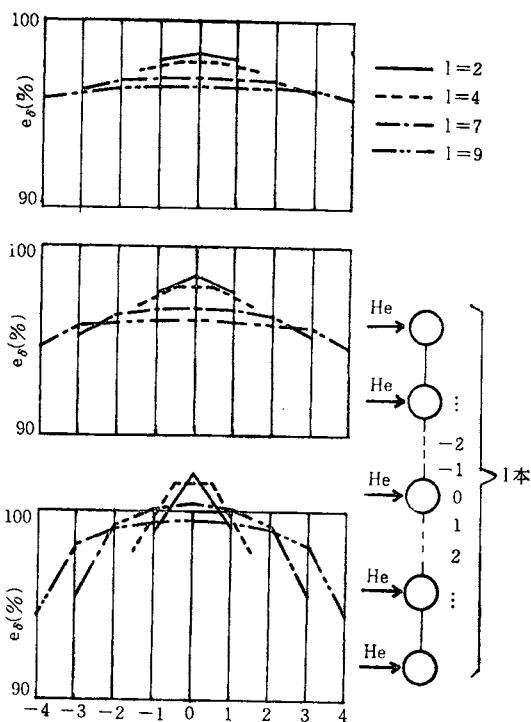


図-6(b) 杭位置一杭頭変位

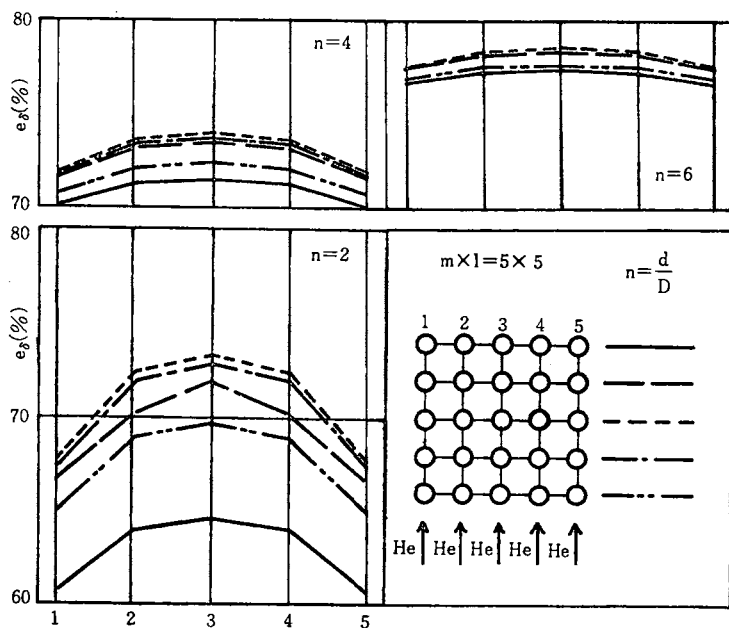


図-6(c) 杭位置一杭頭変位

#### 6.4 荷重分担率

群杭中の各杭の荷重分担率は(31)式で得られ、A Group 群杭では先頭杭の分担率が最も大きく、中間杭で最も小さくなり、B Group 群杭では両端の杭が最も大きく、中央杭が最も小さくなる。正方形群杭では最前列の両端の杭が最大分担率を、真中の杭が最小分担率を示す。これはまた6.3節で述べた杭頭変位の挙動からも推定でき、杭頭変位が小さい杭程荷重分担率が大きいということに対応している。一般に各杭の荷重分担率に大きな差異はなく、杭間隔  $n$  が4以上ではほとんど一様である。ましてや杭本数が非常に多くなれば、荷重分担率は全く考慮する必要がなくなると思われる。

### 7. 結 語

本研究から得られた主要な結論を箇条書きすると

1. 一般に群杭に囲まれた部分の地盤応力は、その外側の地盤応力に比べて小さい
2. 群杭中の各杭の地盤反力係数  $K_i$  は群杭中に占めるその杭の位置及び群杭の杭本数、杭間隔の関数であり、単杭の地盤反力係数  $K$  よりも小さい
3. 荷重に平行、または直角方向に配列した列杭では、杭間隔が杭径の6~8倍以上になると群杭としての効率は100%に近くなるが、正方形群杭では、杭間隔が杭径の20倍程度になってもなおかつ効率は80~90%にしかない

等である。本研究では、地盤内応力に着目し理論的に群杭の水平抵抗挙動を解析したのであるが、解析の簡略化を行なう上で土質力学上適当と思われる仮定を行なった部分もある。しかし本理論の展開の全体から見て、このような解析手法は群杭の水平抵抗挙動を理解する上でかなり有用な示唆を与え得るものと思われる。なお、この研究には大学院学生の山本善行君の協力を得た事を付記し、謝意を表する。

### 参 考 文 献

- 1) 横山幸満：『鋼杭の設計と施工』，山海堂，P164~170
- 2) 勝見雅：『杭基礎の水平抵抗並びに鉛直支持力に関する研究』，京都大学（工学部）学位論文，昭和47年6月
- 3) 竹下淳：『組ぐい計算法』，土木技術，Vol. 19, No. 8~10
- 4) 有江義晴，玉置脩，矢作枢，青柳史郎：『杭頭固定度を考慮した組杭の3次元解法』，土木学会論文報告集，第204号，昭和47年9月
- 5) 玉置脩，三橋晃司，内山成和，今井常雄：『水平力を受けるクイによる土中応力分布の測定』，第7回土質工学研究発表会
- 6) 西田義親，北哲郎，八木則男：『地盤応力から見た単杭の水平抵抗』，本誌 8巻1号（1974）
- 7) S. J. Dokos：『A Force Applied in the Median Plane at the Center of a Circular Insert in a Plate』，Jour. Appl. Mech. Dec., Vol.16, No. 4, 1949
- 8) 玉置脩，三橋晃司，今井常雄：『水平抵抗における群杭効果の研究』，土木学会論文報告集 第192号 1971年8月

（昭和48年10月8日受理）